[١٢] المتغيرات العشوائية والتوزيعات الاحتمالية

أولاً المتغير العشوائي المتقطع وتوزيعه الاحتمالي

إذا كان س متغير عشوائي متقطع مداه

{س١ ، س٢ ، س٣ ، ..... ، سن} ← م

د(سر) = ل(س = سر) ، ر = ١ ، ٢ ، ٣ ، ..... ، ن

وتحقق شرطان

[١] د(سر) > صفر ، ر = ١ ، ٢ ، ٣ ، ..... ، ن

[٢] د(س١) + د(س٢) + د(س٣) + ... + د(سن) = ١

أي دالة تحقق الشرطان تصلح أن تكون توزيع احتمالي لمتغير عشوائي متقطع

أمثلة للتدريب

مثال ١ في تجربة إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية أوجد مدى المتغير العشوائي س الذي يعبر عنه (عدد الصور − عدد الكتابات) ثم أكتب التوزيع الاحتمالي للمتغير س

الحل

ن(ف) = ٢^٣ = ٨

مدى = {٣ ، ١ ، −١ ، −٣}

التوزيع الاحتمالي

س	٣	١	−١	−٣
د(س)	١/٨	٣/٨	٣/٨	١/٨

ص ص ص ← ٣ = ٠ − ٣

ص ص ك ← ٢ − ١ = ١

ص ك ص ← ٢ − ١ = ١

ك ص ص ← ٢ − ١ = ١

ص ك ك ← ١ − ٢ = −١

ك ص ك ← ١ − ٢ = −١

ك ك ص ← ١ − ٢ = −١

ك ك ك ← ٠ − ٣ = −٣

مثال ٢ في تجربة إلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين مرة واحدة أوجد مدى المتغير العشوائي س الذي يعبر عنه (مجموع العددين الظاهرين) ثم أكتب التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س

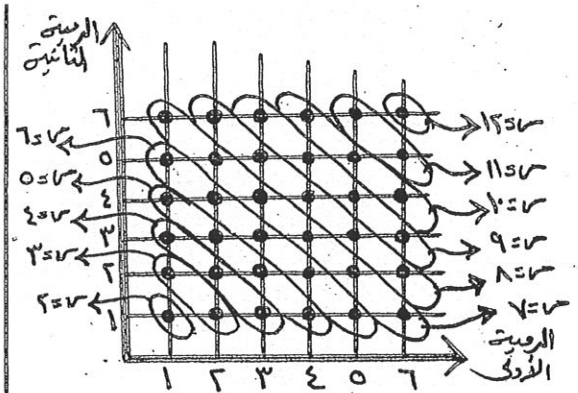
الحل

ن(ف) = ٦^٢ = ٣٦

مدى = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١١ ، ١٢}

التوزيع الاحتمالي

س	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
د(س)	١/٣٦	٢/٣٦	٣/٣٦	٤/٣٦	٥/٣٦	٦/٣٦	٥/٣٦	٤/٣٦	٣/٣٦	٢/٣٦	١/٣٦	١/٣٦



المتوسط أو التوقع م

هو مقاييس النزعة المركزية

$$م = \sum_{ر=١}^{ن} س_ر \cdot د(س_ر)$$

التباين $ع^٢$

هو مقاييس التشتت

$$ع^٢ = \sum_{ر=١}^{ن} (س_ر)^٢ \cdot د(س_ر) - م^٢$$

الانحراف المعياري ع = $\sqrt{ع^٢}$

هو مقاييس التشتت

معامل الاختلاف = $\frac{ع}{م} \times ١٠٠٪$

مثال ١ أوجد المتوسط والانحراف المعياري ومعامل الاختلاف

س	١	٣	٤	٥
د(س)	٠,٤	أ	٠,٢	٠,٣

الحل

س	د(س)	س . د(س)	س^٢ . د(س)
١	٠,٤	٠,٤	٠,٤
٣	أ = ٠,٣	٠,٩	٢,٧
٤	٠,٢	٠,٨	٣,٢
٥	٠,٣	١,٥	٧,٥
المجموع		م = ٣	١٢

التوقع م = ٣

التباين $ع^٢$ = ١٢ − ٣^٢ = ٣

الانحراف المعياري ع = $\sqrt{٣}$ ≈ ١,٧٣

معامل الاختلاف = $\frac{ع}{م} \times ١٠٠٪$ = ٥٧,٧٪

01282619484

أ. سعد حجازي

مثال ٢ إذا كان س متغير عشوائي متقطع و
توزيعه الإحتمالي كالآتي .

س	١	٢	٤	٦
د(س)	٠,٢	٠,٣	ب	أ

(١) أوجد قيمة ب (٤ ن)

(٢) أوجد المتوسط والإنحراف المعياري للمتغير س (١,٥٥، ٣)

الحل

ب = ١ - ٠,٢ - ٠,٣ - أ = ٠,٤ - أ

س	د(س)	س . د(س)	س٢ . د(س)
١	٠,٢	٠,٢	٠,٢
٢	٠,٣	٠,٦	١,٢
٤	٠,٤ - أ	١,٦ - ٤أ	٦,٤ - ٤أ
٦	أ	٦أ	٣٦أ
	١	٣	١١,٤ + ٣٢أ

المتوسط م = ٣

التباين س٢ = ١١,٤ + ٣٢أ - ٣٢ = ٢,٤ + ٣٢أ

ع = √(٢,٤ + ٣٢أ) = ١,٥٥

أ = ٠,٠٥

ب = ٠,٤ - ٠,٠٥ = ٠,٣٥

مثال ٣ إذا كان س متغير عشوائي متوسطه م = ٣

توزيعه الإحتمالي

س	١	٠	٢	٣
د(س)	١/١٢	ل	١/٣	٥/١٢

(١) أوجد قيمة ل (٢) أوجد الإنحراف المعياري

الحل

ل = ١ - (١/١٢ + ١/٣ + ٥/١٢) = ١/٦

س	د(س)	س . د(س)	س٢ . د(س)
١	١/١٢	١/١٢	١/١٢
٠	١/٦	صفر	صفر
٢	١/٣	٢/٣	٤/٣
٣	٥/١٢	٥/٤	١٥/٤
المجموع		٣	٣١/٦

ع٢ = ٣١/٦ - ٣٢ = ٧/٦

ع = √(٧/٦) ≈ ١,٠٨

١/١٢ + صفر + ٢/٣ + ٣/٤ = ٢

٣/٤ + ٢ = ٢

٣/٤ - ٢ = ٥/١٢

٥/١٢ = ٥/٤

∴ ٣ = ٥/٤ = ١٢ × ٥ / ٤ × ٥

مثال ٤ إذا كان س متغير عشوائي متقطع مداه هو
{٠, ١, ٢, ٣, ٤} وكان ل(س=٠) = ١/٢ ل(س=١) = ١/٦

ل(س=٢) = ١/٤

أوجد (١) التوزيع الإحتمالي للمتغير س

(٢) المتوسط ومعامل الإختلاف للمتغير س

الحل

ل(س=٣) = ١ - (١/٢ + ١/٦ + ١/٤) = ١/١٢

س	د(س)	س . د(س)	س٢ . د(س)
٠	١/٢	٠	٠
١	١/٦	١/٦	١/٦
٢	١/٤	١/٢	١
٣	١/١٢	١/٤	٣/٤
المجموع		١١/١٢	٢٥/١٢

المتوسط م = ١١/١٢

التباين ع٢ = ٢٥/١٢ - (١١/١٢)٢ = ٤٩/١٤٤

ع = √(٤٩/١٤٤) = ٧/١٢ = ٠,٥٨٣

معامل الإختلاف = ٥٨,٣ / ١٠٠ × ١١/١٢ = ٠,٥٣

مثال ٥ إذا كان س متغير عشوائي متقطع
مداه = {٠, ١, ٢, ٣, ٤} وكان

ل(س=٠) = ل(س=٤) = ١/١٦ ل(س=١) = ل(س=٣) = ١/٤

أوجد (١) ل(س>٢) (٢) المتوسط والتباين

الحل

ل(س=٢) = ١ - (١/١٦ + ١/١٦ + ١/٤ + ١/٤) = ٣/٨

ل(س>٢) = ل(س=٣) + ل(س=٤)

= ٣/٨ + ١/١٦ = ١١/١٦

س	د(س)	س . د(س)	س٢ . د(س)
٠	١/١٦	٠	٠
١	١/٤	١/٤	١/٤
٢	٣/٨	٣/٤	٣/٢
٣	١/٤	٣/٤	٩/٤
٤	١/١٦	١/٤	١
المجموع		٢	٥

المتوسط م = ٢

ع٢ = ٥ - ٢٢ = ١

ع = √١ = ١

م الإختلاف = ١/٢ × ١٠٠ = ٥٠٪

أ.سعد حجازي
01282619484

مثال ٦ إذا كان س متغير عشوائي متقطع توزيعه الإحتمالي يحدد بالدالة

د(س) = $\frac{س+٤}{١٦}$ حيث س = -٢، ١، ٢

أوجد ① قيمة م ② الوسيط والمنوال

الحل

د(-٢) + د(١) + د(٢) = ١

$\frac{٢}{١٦} + \frac{م+٤}{١٦} + \frac{٥}{١٦} + \frac{٦}{١٦} = ١$

$\frac{م+٤}{١٦} + \frac{١٣}{١٦} = ١$ ∴ م + ٤ + ١٣ = ١٦

م + ١٧ = ١٦

∴ م = -١

س	د(س)	س × د(س)	س² × د(س)
-٢	$\frac{٢}{١٦}$	$-\frac{٢}{٨}$	$\frac{٤}{٨}$
-١	$\frac{٣}{١٦}$	$-\frac{٣}{١٦}$	$\frac{٣}{١٦}$
١	$\frac{٥}{١٦}$	$\frac{٥}{١٦}$	$\frac{٥}{١٦}$
٢	$\frac{٦}{١٦}$	$\frac{٣}{٨}$	$\frac{٦}{٨}$
المجموع	$\frac{١٦}{١٦}$	$\frac{٥}{٨}$	$\frac{٢٠}{٨}$

م = $\frac{٥}{٨}$

ع² = $\frac{٢٠}{٨} - (\frac{٥}{٨})^٢$ = ٢,١١

مثال ٧ إذا كان س متغير عشوائي متقطع توزيعه الإحتمالي يحدد بالدالة د(س) = $\frac{م}{س+١}$

حيث س = ٠، ١، ٢، ٣

أوجد ① قيمة م ② م ومعامل الإختلاف

الحل

م + $\frac{١}{٢}$م + $\frac{١}{٤}$م + $\frac{١}{٥}$م = ١

$\frac{٢٥}{١٢}$م = ١ ∴ م = $\frac{١٢}{٢٥}$

م = $\frac{٢٣}{٢٥}$

ع² = $\frac{٤٩}{٢٥} - (\frac{٢٣}{٢٥})^٢$

= ١,١٦

ع = $\sqrt{١,١٦٤١}$ ≈ ١,٠٧٥

معامل الإختلاف = $\frac{ع}{م} \times ١٠٠٪ = ١١٤٪$

س	د(س)	س × د(س)	س² × د(س)
٠	$\frac{١٢}{٢٥}$		
١	$\frac{٦}{١٥}$		
٢	$\frac{٤}{١٥}$		
٣	$\frac{١}{٢٥}$		
المجموع	١	$\frac{٢٣}{٢٥}$	$\frac{٤٩}{٢٥}$

مثال ٨ إذا كان س متغير عشوائي متقطع توزيعه الإحتمالي محدد بالدالة د(س) = $\frac{س+١}{م}$ حيث

س = ٠، ١، ٢، ٣ أوجد

① قيمة م ② معامل الإختلاف

الحل

د(٠) + د(١) + د(٢) + د(٣) = ١

$\frac{١}{م} + \frac{٢}{م} + \frac{٥}{م} + \frac{١٠}{م} = ١$

$\frac{١٨}{م} = ١$ ∴ م = ١٨

س	د(س)	س × د(س)	س² × د(س)
٠	$\frac{١}{١٨}$	٠	٠
١	$\frac{٥}{١٨}$	$\frac{٥}{١٨}$	$\frac{٥}{١٨}$
٢	$\frac{٥}{١٨}$	$\frac{١٠}{١٨}$	$\frac{٢٠}{١٨}$
٣	$\frac{١٠}{١٨}$	$\frac{٣٠}{١٨}$	$\frac{٩٠}{١٨}$
المجموع	$\frac{١٧}{١٨}$	$\frac{٤٥}{١٨}$	$\frac{١١٥}{١٨}$

المتوسط م = $\frac{٤٥}{١٨} = \frac{٧}{٣}$

التباين ع² = $\frac{١١٥}{١٨} - \frac{٤٩}{٩} = \frac{٧}{٩}$

ع = $\frac{\sqrt{٧}}{٣}$

معامل الإختلاف = $\frac{ع}{م} \times ١٠٠٪$

= ١٠٧,١٨٪

مثال ٩ إذا كان س متغير عشوائي متقطع وكانت

د(س) = $\frac{س^٢ + ك}{١٨}$ حيث س = ٠، ١، ٢، ٣

① أوجد قيمة ك ② أوجد المتوسط م

③ أوجد ل(س ≤ ٢)

الحل

$\frac{١+ك}{١٨} + \frac{ك+٤}{١٨} + \frac{ك+٩}{١٨} + \frac{ك+٣٠}{١٨} = ١$

$\frac{٤ك+٤٤}{١٨} = ١$ ∴ ٤ك + ٤٤ = ١٨

ك = -١

س	د(س)	س × د(س)
٠	$\frac{١}{١٨}$	٠
١	$\frac{٥}{١٨}$	$\frac{٥}{١٨}$
٢	$\frac{١٠}{١٨}$	$\frac{٢٠}{١٨}$
٣	$\frac{٣}{١٨}$	$\frac{٩}{١٨}$
		٢$\frac{١}{٩}$

م = ٢$\frac{١}{٩}$

ل(س ≤ ٢) = $\frac{٢}{١٨} + \frac{١}{١٨} + \frac{٥}{١٨} = \frac{٤}{٩}$

أ.سعد حجازي
01282619484

مثال ١٠ إذا كان المتوسط لمتغير ما يساوى ١٥٠ ومعامل الاختلاف له يساوى ٢٪ أوجد التباين

الحل

معامل الاختلاف $= \frac{ع}{س} \times ١٠٠٪$

$٢٪ = \frac{ع}{١٥٠} \times ١٠٠٪$

$ع = \frac{٢٪ \times ١٥٠}{١٠٠٪} = ٣$ التباين $ع^٢ = ٣^٢ = ٩$

المتغير العشوائى المتصل ودالة الكثافة

إذا كانت د(س) =
- P س خطية ثم بنقطة الأصل
- P س + ب خطية تقطع المحورين
- P ثابتة تقطع محور الصادات وتوازى محور السينات

أوجد ل($P \leq$ س $\leq$ ب) = مساحة المنطقة المظللة

د(س) = P س + ب

مساحة شبه المنحرف $= \frac{١}{٢}[د(P) + د(ب)](ب - P)$

د(س) = P س

مساحة $\Delta = \frac{١}{٢} \times (ب - P) \times د(ب)$

د(س) = P

الدالة ثابتة

مثال ١ إذا كان س متغير عشوائى متصل دالة كثافته

د(س) = $\begin{cases} \frac{١}{٥٠}(١٧ - ٢س) & ١ \leq س \leq ٦ \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$

١ أثبت أن ل(١ $\leq$ س $\leq$ ٦) = ١

٢ أوجد ل(س < ٤) ، ل(س $\geq$ ٣)

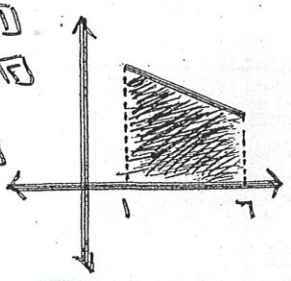
٣ أوجد ل(٢ $\leq$ س < ٥) ، ل(-٢ $\leq$ س $\leq$ ٣)

الحل

١ د(١) $= \frac{١}{٥٠}(١٧ - ٢ \times ١) = ٠.٣$

٢ د(٦) $= \frac{١}{٥٠}(١٧ - ٢ \times ٦) = ٠.٥$

ل(١ $\leq$ س $\leq$ ٦) $= \frac{١}{٢}(د١ + د٦) \times ٥ = ١$ #

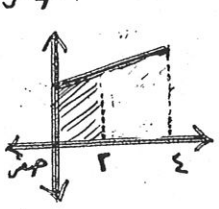


مثال ٢ إذا كان س متغير عشوائى متصل دالته

د(س) = $\begin{cases} \frac{س + ١}{١٢} & ٠ \leq س \leq ٤ \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$

أوجد
١ ل(س < ٢)
٢ ل(٢ < س < ٥)

الحل



ل(س < ٢) $= \frac{١}{٢}(د٠ + د٢) \times ٢ = \frac{١}{٢}(\frac{١}{١٢} + \frac{٣}{١٢}) \times ٢ = \frac{١}{٣}$

د(٠) $= \frac{١}{١٢}$

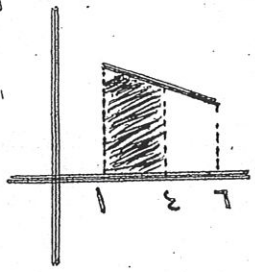
د(٢) $= \frac{٣}{١٢}$

ل(٢ < س < ٥) $= \frac{١}{٢}(د٢ + د٥) \times ٣ = \frac{١}{٢}(\frac{٣}{١٢} + \frac{٥}{١٢}) \times ٣ = \frac{٤}{٣}$

د(٥) $= \frac{٥}{١٢}$

---

١٢ ل(س < ٤)



د(١) $= \frac{١}{٥٠}(١٧ - ٢) = \frac{١٥}{٥٠}$

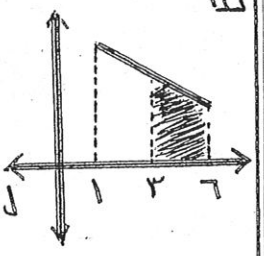
د(٤) $= \frac{١}{٥٠}(١٧ - ٨) = \frac{٩}{٥٠}$

ل(س < ٤) $= \frac{١}{٢}(\frac{١٥}{٥٠} + \frac{٩}{٥٠}) \times ٢ =$

$= ٠.٤٨$

---

١٣ ل(س $\geq$ ٣)



د(٣) $= \frac{١}{٥٠}(١٧ - ٦) = \frac{١١}{٥٠}$

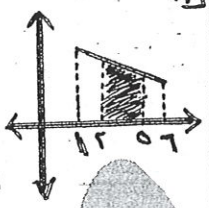
د(٦) $= \frac{١}{٥٠}(١٧ - ١٢) = \frac{٥}{٥٠}$

ل(س $\geq$ ٣) $= \frac{١}{٢}(\frac{١١}{٥٠} + \frac{٥}{٥٠}) \times ٣ =$

$= ٠.٤٨$

---

١٣ ل(٢ $\leq$ س $\leq$ ٥)



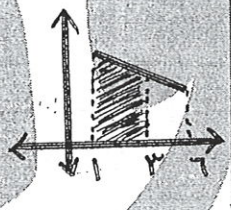
د(٢) $= \frac{١}{٥٠}(١٧ - ٤) = \frac{١٣}{٥٠}$

د(٥) $= \frac{١}{٥٠}(١٧ - ١٠) = \frac{٧}{٥٠}$

ل(٢ $\leq$ س $\leq$ ٥) $= \frac{١}{٢}(\frac{١٣}{٥٠} + \frac{٧}{٥٠}) \times ٣ =$

$= ٠.٦$

ل(-٢ $\leq$ س $\leq$ ٣)



ملاحظة أنه لجساوى س = -٢ إلى ١ غير موجودة

ل(١ $\leq$ س < ٣)

د(١) $= \frac{١}{٥٠}(١٧ - ٢) = \frac{١٥}{٥٠}$

د(٣) $= \frac{١}{٥٠}(١٧ - ٦) = \frac{١١}{٥٠}$

ل(١ $\leq$ س $\leq$ ٣) $= \frac{١}{٢}(\frac{١٥}{٥٠} + \frac{١١}{٥٠}) \times ٢ =$

$= ٠.٥٢$

مثال ٢ إذا كان س متغير عشوائي متصل دالته [٢٦]

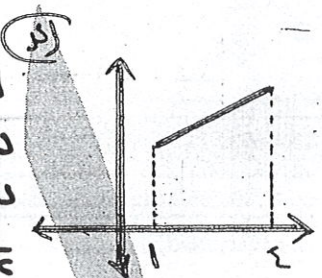
$$د(س) = \begin{cases} \frac{س^2+1}{18} & 1 \le س \le 4 \\ صفر & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد [١] ل(س > ٣) [٢] ل(٢ < س < ٤)

الحل

[١] $ل(س>٣) = \frac{4}{9}$

[٢] $ل(٢<س<٤) = \frac{7}{9}$



$$ل(س>٣) = \frac{1}{2}(\frac{7}{18}+\frac{9}{18})\times 1 = \frac{8}{9}$$

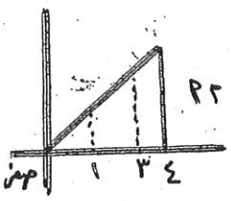
$$ل(٢<س<٤) = \frac{1}{2}(\frac{5}{18}+\frac{9}{18})\times 2 = \frac{7}{9}$$

مثال ٣ إذا كان س متغير عشوائي متصل دالته

$$د(س) = \begin{cases} \frac{س^2}{2} & 0 \le س \le 4 \\ صفر & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد [١] قيمة P [٢] ل(١ < س < ٣)

الحل



د(٠) = صفر

$د(٤) = \frac{4^2 P}{2} = P2$

$ل(0 \le س \le 4) = 1$

$\frac{1}{2} \times (4-0) \times P2 = 1$

$4P = 1 \quad \therefore P = \frac{1}{4}$

$ل(1 < س < 3)$

$د(1) = \frac{1}{8}$

$د(3) = \frac{3}{8}$

$$د(س) = \begin{cases} \frac{س}{8} & 0 \le س \le 4 \\ صفر & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

$$ل(1 < س < 3) = \frac{1}{2}[\frac{1}{8}+\frac{3}{8}] \times (3-1) = \frac{1}{2}$$

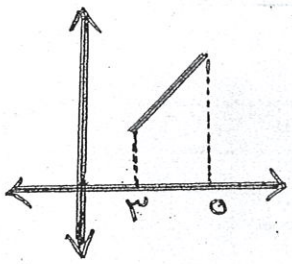
مثال ٤ إذا كان س متغير عشوائي متصل دالته

$$د(س) = \begin{cases} \frac{1}{8}س & 3 \le س \le 5 \\ صفر & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

[١] أثبت أن د(س) دالة كثافة للمتغير العشوائي س

[٢] أوجد $ل(س > 4)$ $\frac{9}{16}$

الحل



$ل(3<س<5)$

$د(3) = \frac{3}{8}$ $د(5) = \frac{5}{8}$

$\frac{1}{2}(\frac{3}{8}+\frac{5}{8}) \times 2 = 1$ ✓

$ل(س>4)$

$ل(4<س<5)$

$د(4) = \frac{4}{8}$ $د(5) = \frac{5}{8}$

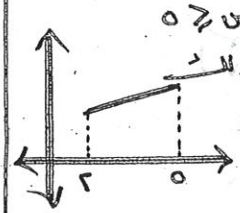
$\frac{1}{2}(\frac{4}{8}+\frac{5}{8}) \times 1 = \frac{9}{16}$

مثال ٥ إذا كان س متغير عشوائي متصل دالته

$$د(س) = \begin{cases} \frac{2}{27}(س+1) & 2 \le س \le 5 \\ صفر & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أثبت أن د(س) دالة كثافة

أوجد $ل(س > 3)$ $\frac{20}{27}$



$ل(2<س<5)$

$د(3) = \frac{6}{27}$ $د(5) = \frac{12}{27}$

$\frac{1}{2}(\frac{6}{27}+\frac{12}{27}) \times 3 = \frac{27}{27}$ ✓

$ل(س>3)$

$ل(3<س<5)$

$د(3) = \frac{6}{27}$ $د(5) = \frac{12}{27}$

$\frac{1}{2}(\frac{6}{27}+\frac{12}{27}) \times 2 = \frac{20}{27}$

مثال ٦ إذا كان س متغير عشوائي متصل دالته

$$د(س) = \begin{cases} \frac{س^2}{2} & 0 \le س \le 2 \\ صفر & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أوجد [١] قيمة P [٢] ل(١ < س < ٣)

الحل

د(٠) = صفر

$د(2) = \frac{2^2 P}{2} = P2$

$ل(0 \le س \le 2) = 1$

$\frac{1}{2} \times (2-0) \times P2 = 1$

$2P = 1 \quad \therefore P = \frac{1}{2}$

$ل(1 < س < 3)$

$د(1) = \frac{1}{4}$

$د(3) = \frac{3}{4}$

$$د(س) = \begin{cases} \frac{س}{4} & 0 \le س \le 2 \\ صفر & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

$$ل(1 < س < 3) = \frac{1}{2}[\frac{1}{4}+\frac{3}{4}] \times (2-1) = \frac{1}{2}$$

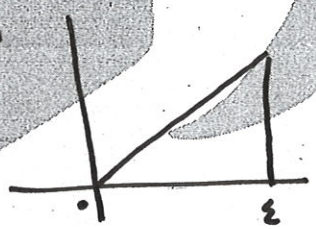
مثال ٧ إذا كان س متغير عشوائي متصل دالته الكثافة

$$د(س) = \begin{cases} ح\,س^2 & 0 < س \le 4 \\ صفر & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

[١] أوجد قيمة P [٢] أوجد $ل(1 \le س \le 4)$ $\frac{15}{16}$

[٣] $ل(-2 \le س \le 2)$ $\frac{1}{4}$

الحل



$ل(0 < س < 4) = 1$

$د(0) = 0 \quad د(4) = P4$

$\frac{1}{2} \times 4 \times (P4+0) = 1$

$P = \frac{1}{8}$

$$د(س) = \begin{cases} \frac{1}{8}س^2 & 0 < س \le 4 \\ صفر & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

$ل(1 \le س \le 4)$

$د(1) = \frac{1}{8} \quad د(4) = \frac{4}{8}$

$\frac{1}{2}(\frac{1}{8}+\frac{4}{8}) \times 3 = \frac{15}{16}$

$ل(0 \le س \le 2)$ $د(0) = 0 \quad د(2) = \frac{2}{8}$

$\frac{1}{2}(0+\frac{2}{8}) \times 2 = \frac{1}{4}$

0128261948

مثال ٨ إذا كان س متغير عشوائي متصل دالة كثافتها د(س) = { ½ س + ك ، ٠ ≤ س ≤ ١ ، صفر فيما عدا ذلك

أوجد ١) قيمة ك ٢) ل(¼ ≤ س ≤ ½)

الحل

ل(٠ ≤ س ≤ ١) = ١

د(١) = ك ، د(١) = ½ + ك

½ (ك + ½ + ك) × ١ = ١

ك + ¼ = ½

∴ ك = ¼

ل(¼ ≤ س ≤ ½) = ل(٠ ≤ س ≤ ½) − ل(٠ ≤ س ≤ ¼)

د(٠) = ¼ ، د(½) = ١

= ½ (¼ + ١) − ½ (٠ + ¼)

= ⅝ − ⅛ = ½

مثال ١٠ إذا كان س متغير عشوائي متصل دالة كثافتها

د(س) = { ¼ (س + ك) ، صفر ≤ س ≤ ٢ ، صفر فيما عدا ذلك

أوجد ١) قيمة ك ٢) ل(½ ≤ س ≤ ٣/٢)

الحل

د(صفر) = ¼ (ك + ٠) = ك/٤

د(٢) = ¼ (٢ + ك)

ل(صفر ≤ س ≤ ٢) = ١

½ × [½ ك + ½ (ك + ٢)] × ٢ = ١

½ ك + ك + ٢ = ٤

٢ك = ٤ − ٢

٢ك = ٢

∴ ك = ١

د(س) = { ¼ (س + ١) ، ٠ ≤ س ≤ ٢ ، صفر فيما عدا ذلك

ل(½ ≤ س ≤ ٣/٢)

د(½) = ¼ (½ + ١) = ⅜

د(٣/٢) = ¼ (٣/٢ + ١) = ⅝

ل(½ ≤ س ≤ ٣/٢) = ½ × [⅜ + ⅝] × (٣/٢ − ½)

= ½

مثال ١١ إذا كان س متغير عشوائي متصل دالته

د(س) = { ½ س ، ٠ ≤ س ≤ ٢ ، صفر فيما عدا ذلك

أوجد ١) قيمة ك ٢) ل(١ ≤ س ≤ ٢) ٣/٤

الحل

ل(٠ ≤ س ≤ ك) = ١

د(٠) = ٠ ، د(ك) = ½ ك

½ ك × (½ ك + ٠) × ١ = ١

¼ ك² = ١

ك² = ٤ ، ك = ٢

ل(١ ≤ س ≤ ٢) = ½ (½ + ١) × ١ = ¾

مثال ١٢ إذا كان س متغير عشوائي متصل له دالة الكثافة

د(س) = { ك/٢ ، ٠ ≤ س ≤ ٢ ؛ ¼ ، ٢ < س ≤ ٤ ؛ صفر فيما عدا ذلك

أوجد ١) ل(١ ≤ س ≤ ٢)

٢) قيمة ك إذا كان ل(٢ < س ≤ ك) = ٥٠٪

الحل

ل(١ ≤ س ≤ ٢) = ½ [½ + ⅓] × (٢ − ١) = ⅙

ل(٢ < س ≤ ك) = ٥٠٪

⅓ × (ك − ٢) = ٥٠٪

ك − ٢ = ١٫٥

ك = ١٫٥ + ٢ = ٣٫٥

أ. سعد حجازي
01282619484